

Wymagania edukacyjne niezbędne do otrzymania przez uczennicę/ucznia poszczególnych śródrocznych i rocznych ocen klasyfikacyjnych z matematyki w roku szkolnym 2025/2026 zgodne z podstawą programową dla 5-letniego technikum

Nazwa podręcznika: „Matematyka. Podręcznik do liceów i techników. Zakres rozszerzony. Klasa 2, 3. Dla absolwentów SZKOŁY PODSTAWOWEJ”.

Autorzy podręcznika: Marcin Kurczab, Elżbieta Kurczab, Elżbieta Świda.

Nazwa programu: „Matematyka. Solidnie od podstaw. Program nauczania w liceach i w technikach. Zakres rozszerzony.”

Autorzy programu: Marcin Kurczab, Elżbieta Kurczab, Elżbieta Świda, Tomasz Szwed.

Numer Ewidencyjny w wykazie MEN: 979/2/2020 , 979/3/2021

Klasa	4i
Nauczyciele uczący	Barbara Widel
Poziom	rozszerzony

Ocena dopuszczający:

Uczeń opanował wiadomości i umiejętności przewidziane programem nauczania w następującym zakresie:

- samodzielnie rozwiązuje typowe zadania omawiane na lekcji,
- wykazuje się rozumieniem omawianych pojęć i twierdzeń,
- przeprowadza proste rozumowania dedukcyjne poznane na lekcjach,
- wykonuje proste obliczenia i przekształcenia matematyczne.

Ocena dostateczny:

Uczeń opanował wiadomości i umiejętności przewidziane programem nauczania w następującym zakresie:

- stosuje poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania typowych zadań,
- samodzielnie przeprowadza proste rozumowania dedukcyjne,
- wykazuje się znajomością i rozumieniem poznanych pojęć i twierdzeń oraz algorytmów,
- wykonuje trudniejsze obliczenia i przekształcenia matematyczne,
- sprawnie wykonuje obliczenia rachunkowe.

Ocena dobry:

Uczeń opanował wiadomości i umiejętności przewidziane programem nauczania w następującym zakresie:

- samodzielnie poszukuje sposobów rozwiązywania dostrzeżonych problemów matematycznych,
- posługuje się językiem matematycznym, który może zawierać nieliczne błędy i potknięcia,

- dostrzega prawidłowości i uogólnia spostrzeżenia,
- wykorzystuje umiejętności matematyczne do rozwiązywania problemów z innych dziedzin wiedzy,
- przeprowadza proste rozumowania dedukcyjne.

Ocena bardzo dobry:

Uczeń opanował wiadomości i umiejętności przewidziane programem nauczania w następującym zakresie:

- biegle i z dużą wprawą rozwiązuje zadania,
- posługuje się poprawnie językiem matematycznym,
- przeprowadza złożone rozumowania dedukcyjne,
- samodzielnie i twórczo rozwija oraz pogłębia swoją wiedzę,
- planuje i organizuje swoją pracę,
- samodzielnie rozwiązuje zadania wymagające zastosowania wiadomości w sytuacjach nietypowych.

Ocena celujący:

Uczeń opanował wiadomości i umiejętności przewidziane programem nauczania w następującym zakresie:

- twórczo rozwija własne uzdolnienia i zainteresowania,
- pomysłowo i oryginalnie rozwiązuje nietypowe zadania,
- bierze udział i osiąga sukcesy w konkursach i olimpiadach matematycznych.

Treści kształcenia. Założone osiągnięcia uczniów.

1. Wielomiany

Wielomian jednej zmiennej. Dodawanie, odejmowanie i mnożenie wielomianów. Wzory skróconego mnożenia stopnia 3. Zastosowanie wzorów skróconego mnożenia w działaniach na wielomianach. Równość wielomianów. Podzielność wielomianów. Dzielenie wielomianu. Dzielenie wielomianu z resztą. Dzielenie wielomianu przez dwumian liniowy za pomocą schematu Hornera. Wzór $a^n - b^n$. Pierwiastek wielomianu. Twierdzenie Bezouta. Pierwiastek wielokrotny. Pierwiastek wielomianu o współczynnikach całkowitych. Rozkładanie wielomianów na czynniki. Równania wielomianowe. Zadania prowadzące do równań wielomianowych. Równania wielomianowe z parametrem. Funkcje wielomianowe. Nierówności wielomianowe.

Uczeń potrafi:

- odróżnić wielomian od innego wyrażenia;
- dodać, odjąć i pomnożyć wielomiany;
- podzielić wielomiany (również metodą schematu Hornera);
- rozłożyć wielomian na czynniki, stosując poznane wzory skróconego mnożenia, grupowanie wyrazów oraz wyłączanie wspólnego czynnika poza nawias;
- rozwiązywać proste równania wielomianowe;
- stosować twierdzenie Bezouta w rozkładzie wielomianu na czynniki i w rozwiązywaniu równań;
- sprawnie rozwiązywać równania wielomianowe (w tym z wartością bezwzględną i parametrem);

- rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań wielomianowych;
- rozwiązywać zadania dotyczące wielomianów, w których potrafi zastosować poznane definicje i twierdzenia;
- rozwiązywać zadania na dowodzenie dotyczące własności wielomianów;
- szukać pierwiastki całkowite (wymierne) wielomianu o współczynnikach całkowitych.

2. Ułamki algebraiczne. Równania i nierówności wymierne

Ułamek algebraiczny. Skracanie i rozszerzanie ułamków algebraicznych. Dodawanie i odejmowanie ułamków algebraicznych. Mnożenie i dzielenie ułamków algebraicznych. Równania wymierne. Zadania tekstowe prowadzące do równań wymiernych. Nierówności wymierne. Zadania na dowodzenie z zastosowaniem ułamków algebraicznych. Funkcje wymierne. Funkcja homograficzna.

Uczeń potrafi:

- wyznaczyć dziedzinę ułamka algebraicznego;
- skracać, rozszerzać, dodawać, odejmować, mnożyć i dzielić ułamki algebraiczne;
- rozwiązywać proste równania wymierne prowadzące do równań liniowych lub kwadratowych;
- rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do prostych równań wymiernych;
- szkicować wykres funkcji $y = \frac{a}{x}$, dla danego $a \neq 0$;
- omówić własności funkcji $y = \frac{a}{x}$, dla danego $a \neq 0$;
- przekształcić wykres funkcji $y = \frac{a}{x}$ (stosując poznane przekształcenia wykresów funkcji);
- korzystać ze wzoru i wykresu funkcji $y = \frac{a}{x}$ do interpretacji zagadnień związanych z wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi.
- rozwiązywać proste równania wymierne;
- rysować wykresy funkcji homograficznych (w tym z wartością bezwzględną) i na ich podstawie opisywać własności funkcji;
- rozwiązywać zadania dotyczące własności funkcji homograficznej;
- rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do prostych równań wymiernych;
- rozwiązywać równania wymierne z parametrem (w tym także z wartością bezwzględną), w których wykorzystuje się wykres funkcji homograficznej (interpretacja graficzna równania);
- rozwiązywać zadania dotyczące różnych własności funkcji wymiernych.
- rozwiązywać proste nierówności wymierne;
- rozwiązywać zadania na dowodzenie z zastosowaniem ułamków algebraicznych.

3. Ciągi liczbowe

Określenie ciągu. Sposoby opisywania ciągów (w tym ciągi określone rekurencyjnie). Monotoniczność ciągu. Ciąg arytmetyczny. Suma początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego. Ciąg geometryczny. Suma początkowych wyrazów ciągu geometrycznego. Lokaty pieniężne i kredyty bankowe. Ciąg arytmetyczny i ciąg geometryczny – zadania różne. Granica ciągu liczbowego. Własności ciągów zbieżnych. Ciągi rozbieżne do nieskończoności. Szereg geometryczny.

Uczeń potrafi:

- określać ciąg wzorem ogólnym;
- wyznaczać wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym;
- oblicza początkowe wyrazy ciągów określonych rekurencyjnie;

- narysować wykres ciągu i podać własności tego ciągu na podstawie wykresu;
- zbadać monotoniczność ciągu;
- zbadać, czy dany ciąg jest ciągiem arytmetycznym; zbadać, czy dany ciąg jest ciągiem geometrycznym;
- wyznaczyć ciąg arytmetyczny (ciąg geometryczny) na podstawie wskazanych danych;
- wyznaczyć sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego (ciągu geometrycznego);
- rozwiązywać zadania tekstowe z wykorzystaniem własności ciągu arytmetycznego (ciągu geometrycznego);
- rozwiązywać zadania stosując wzory na n -ty wyraz i sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego i ciągu geometrycznego, również umieszczone w kontekście praktycznym;
- stosować procent prosty i procent składany w zadaniach dotyczących oprocentowania lokat i kredytów;
- wykazać na podstawie definicji, że dana liczba jest granicą ciągu;
- obliczać granice ciągów zbieżnych;
- oblicza granice ciągów korzystając z twierdzeń o granicach sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu ciągów zbieżnych, a także twierdzenia o trzech ciągach;
- obliczać granice niewłaściwe ciągów rozbieżnych do nieskończoności;
- odróżniać ciąg geometryczny od szeregu geometrycznego;
- badać warunek istnienia sumy szeregu geometrycznego;
- obliczać sumę szeregu geometrycznego;
- zamieniać ułamek okresowy na zwykły;
- stosować wzór na sumę szeregu geometrycznego w zadaniach (rozwiązywanie równań, nierówności, zadań geometrycznych itp.).

4. Kombinatoryka. Dwumian Newtona. Trójkąt Pascala

Reguła mnożenia i reguła dodawania. Silnia. Symbol Newtona. Wariacje. Permutacje. Kombinacje. Wzór dwumianowy Newtona. Trójkąt Pascala. Kombinatoryka – zadania różne.

Uczeń potrafi:

- zliczać obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych, niewymagających użycia wzorów kombinatorycznych (posługuje się grafami w postaci drzewa, stosuje regułę mnożenia oraz regułę dodawania);
- obliczyć wartość liczby $n!$;
- skrócić wyrażenia zawierające $n!$;
- obliczyć wartość wyrażenia zawierającego symbol Newtona;
- stosować wzory na liczbę permutacji, wariacji z powtórzeniami i bez powtórzeń oraz kombinacji;
- rozwiązywać zadania tekstowe z zastosowaniem kombinatoryki.
- zastosować wzór dwumianowy Newtona;
- odtworzyć strukturę Trójkąta Pascala.

5. Geometria płaska – czworokąty

Podział czworokątów. Trapezoidy. Trapezy. Równoległoboki. Okrąg opisany na czworokącie. Okrąg wpisany w czworokąt. Okrąg opisany na czworokącie, okrąg wpisany w czworokąt – zadania na dowodzenie. Wielokąty. Wielokąt foremny. Podobieństwo. Figury podobne. Podobieństwo czworokątów.

Uczeń potrafi:

- posługiwać się własnościami czworokątów w rozwiązywaniu zadań;
- stosować poznane twierdzenia w rozwiązywaniu zadań dotyczących wielokątów;
- stosować funkcje trygonometryczne w rozwiązywaniu zadań geometrycznych dotyczących czworokątów;
- stosować własności podobieństwa figur w rozwiązywaniu zadań, w tym umieszczonych w kontekście praktycznym;
- stosować twierdzenie o okręgu wpisanym w czworokąt i opisanym na czworokącie;

- stosować poznane twierdzenia w rozwiązywaniu zadań dotyczących wielokątów;
- rozwiązywać zadania na dowodzenie dotyczące własności czworokątów.

6. Geometria płaska – pole czworokąta

Pole prostokąta. Pole kwadratu. Pole równoległoboku. Pole rombu. Pole trapezu. Pole czworokąta – zadania różne (pole wielokąta). Pola figur podobnych. Mapa. Skala mapy.

Uczeń potrafi:

- stosować poznane wzory do obliczania pól wielokątów;
- stosować twierdzenie dotyczące pól figur podobnych, w tym również umieszczonych w kontekście praktycznym (np. dotyczących planu, mapy, skali mapy);
- rozwiązywać zadania z zastosowaniem pól figur płaskich, również z wykorzystaniem funkcji trygonometrycznych.

7. Elementy analizy matematycznej

Powtórzenie i uzupełnienie wiadomości o granicach ciągów. Granica funkcji w punkcie. Obliczanie granic funkcji w punkcie. Granice jednostronne funkcji w punkcie. Granice funkcji w nieskończoności. Granica niewłaściwa funkcji. Ciągłość funkcji w punkcie. Ciągłość funkcji w zbiorze. Asymptoty wykresu funkcji. Pochodna funkcji w punkcie. Funkcja pochodna. Funkcja złożona. Pochodna funkcji złożonej. Styczna do wykresu funkcji. Pochodna funkcji a monotoniczność funkcji. Ekstrema lokalne funkcji. Największa i najmniejsza wartość funkcji w przedziale. Zastosowanie pochodnej w rozwiązywaniu zadań.

Uczeń potrafi:

- obliczyć granicę właściwą i niewłaściwą w punkcie i nieskończoności;
- obliczyć granice funkcji na krańcach przedziałów określoności;
- zbadać ciągłość funkcji w punkcie i w zbiorze;
- wykorzystać własności funkcji ciągłych w zadaniach;
- stosować własność Darboux do uzasadniania istnienia miejsca zerowego funkcji i znajdowania przybliżonej wartości miejsca zerowego;
- obliczyć pochodną funkcji w punkcie;
- obliczyć pochodną funkcji potęgowej o wykładniku rzeczywistym;
- obliczyć pochodną funkcji złożonej;
- sprawnie wyznaczać funkcje pochodne danych funkcji na podstawie poznanych wzorów;
- napisać równanie stycznej do wykresu funkcji oraz rozwiązywać różne zadania z wykorzystaniem wiadomości o stycznej;
- zbadać monotoniczność funkcji za pomocą pochodnej;
- wyznaczyć ekstrema funkcji różniczkowalnej;
- zbadać przebieg zmienności funkcji i naszkicować jej wykres;
- zastosować rachunek pochodnych do analizy zjawisk opisanych wzorami funkcji wymiernych (w tym zadania optymalizacyjne).

8. Trygonometria

Powtórzenie wiadomości z trygonometrii z klasy II i III. Przekształcenia wykresów funkcji trygonometrycznych. Proste równania trygonometryczne. Funkcje trygonometryczne sumy i różnicy. Sumy i różnice funkcji trygonometrycznych. Równania trygonometryczne. Nierówności trygonometryczne.

Uczeń potrafi:

- przekształcać wykresy funkcji trygonometrycznych;
- rozwiązywać proste równania i nierówności trygonometryczne;
- korzystać z wzorów na sinus, cosinus i tangens sumy i różnicy kątów, a także na funkcje

- trygonometryczne kątów podwojonych;
- sprawnie operować poznanymi wzorami w dowodzeniu tożsamości trygonometrycznych oraz innych zadaniach;
- rozwiązywać równania i nierówności trygonometryczne z zastosowaniem poznanych wzorów.

9. Geometria analityczna

Równanie kierunkowe prostej, równanie ogólne prostej – powtórzenie. Odległość punktu od prostej. Odległość między dwiema prostymi równoległymi. Wzajemne położenie prostej i okręgu. Styczna do okręgu. Rozwiązywanie zadań dotyczących wielokątów w układzie współrzędnych. Wyznaczanie obrazów okręgów i wielokątów w symetriach osiowych względem osi układu współrzędnych i w symetrii środkowej względem punktu $O(0, 0)$. Wektor w układzie współrzędnych – powtórzenie wiadomości. Kąt między niezerowymi wektorami. Kąt między prostymi. Pole trójkąta. Pole wielokąta. Wzajemne położenie dwóch okręgów. Rozwiązywanie zadań z geometrii analitycznej. Jednokładność. Jednokładność w układzie współrzędnych. Zastosowanie analizy matematycznej w rozwiązywaniu zadań z geometrii analitycznej.

Uczeń potrafi:

- obliczyć odległość dwóch punktów w układzie współrzędnych oraz współrzędne punktu przecięcia dwóch prostych;
- wyznaczyć współrzędne środka odcinka;
- zastosować informacje o wektorze w układzie współrzędnych do rozwiązywania zadań;
- badać równoległość oraz prostopadłość wektorów;
- wyznaczyć równanie prostej przechodzącej przez dwa dane punkty (w postaci kierunkowej lub ogólnej);
- zbadać równoległość i prostopadłość prostych na podstawie ich równań kierunkowych;
- wyznaczyć równanie prostej, która jest równoległa lub prostopadła do danej prostej w postaci kierunkowej (lub ogólnej) i przechodzi przez dany punkt;
- odróżnić równanie okręgu od innych równań;
- przekształcać równanie okręgu do postaci kanonicznej i odczytywać współrzędne środka i promień okręgu;
- znajduje punkty wspólne dwóch okręgów;
- wyznaczać równanie okręgu o zadanych własnościach;
- znaleźć współrzędne punktów wspólnych dla prostej i okręgu oraz prostej i paraboli będącej wykresem funkcji kwadratowej;
- wyznaczyć równanie stycznej do okręgu;
- stosować wzór na odległość punktu od prostej (w tym obliczać odległość między prostymi równoległymi);
- stosować przekształcenia geometryczne w rozwiązywaniu zadań z geometrii analitycznej;
- zastosować analizę matematyczną w rozwiązywaniu zadań z geometrii analitycznej;
- rozwiązywać zadania dotyczące trójkątów, czworokątów oraz okręgów z zastosowaniem poznanej wiedzy.

Nauczyciel przedmiotu uwzględnia zalecenia zawarte w opinii Poradni Psychologiczno-Pedagogicznej i dostosowuje do nich wymagania.

Możliwe sposoby sprawdzania wiedzy i umiejętności to: sprawdziany, kartkówki, odpowiedzi ustne, zadania domowe, aktywność na lekcji, praca w grupach.