

# **Wymagania edukacyjne z matematyki**

## **na ocenę śródroczną i roczną w roku szkolnym 2025/2026**

### **zgodne z podstawą programową dla 5-letniego technikum**

Nazwa podręcznika: „**Matematyka. Podręcznik do liceów i techników. Zakres rozszerzony. Klasa 2, 3. Dla absolwentów SZKOŁY PODSTAWOWEJ**”.

Autorzy podręcznika: **Marcin Kurczab, Elżbieta Kurczab, Elżbieta Świda.**

Nazwa programu: „**Matematyka. Solidnie od podstaw. Program nauczania w liceach i w technikach. Zakres rozszerzony.**”

Autorzy programu: **Marcin Kurczab, Elżbieta Kurczab, Elżbieta Świda, Tomasz Szwed.**

Numer Ewidencyjny w wykazie MEN: **979/2/2020, 979/3/2021**

<b>Klasa</b>	<b>4m</b>
<b>Nauczyciel uczący</b>	<b>Zuzanna Durlak</b>
<b>Poziom</b>	<b>rozszerzony</b>

#### **Ocena dopuszczający:**

Uczeń opanował wiadomości i umiejętności przewidziane programem nauczania w następującym zakresie:

- samodzielnie rozwiązuje typowe zadania omawiane na lekcji,
- wykazuje się rozumieniem omawianych pojęć i twierdzeń,
- przeprowadza proste rozumowania dedukcyjne poznane na lekcjach,
- wykonuje proste obliczenia i przekształcenia matematyczne.

#### **Ocena dostateczny:**

Uczeń opanował wiadomości i umiejętności przewidziane programem nauczania w następującym zakresie:

- stosuje poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania typowych zadań,
- samodzielnie przeprowadza proste rozumowania dedukcyjne,
- wykazuje się znajomością i rozumieniem poznanych pojęć i twierdzeń oraz algorytmów,
- wykonuje trudniejsze obliczenia i przekształcenia matematyczne,
- sprawnie wykonuje obliczenia rachunkowe.

#### **Ocena dobry:**

Uczeń opanował wiadomości i umiejętności przewidziane programem nauczania w następującym zakresie:

- samodzielnie poszukuje sposobów rozwiązywania dostrzeżonych problemów matematycznych,

- posługuje się językiem matematycznym, który może zawierać nieliczne błędy i potknięcia,
- dostrzega prawidłowości i uogólnia spostrzeżenia,
- wykorzystuje umiejętności matematyczne do rozwiązywania problemów z innych dziedzin wiedzy,
- przeprowadza proste rozumowania dedukcyjne.

### **Ocena bardzo dobry:**

Uczeń opanował wiadomości i umiejętności przewidziane programem nauczania w następującym zakresie:

- biegle i z dużą wprawą rozwiązuje zadania,
- posługuje się poprawnie językiem matematycznym,
- przeprowadza złożone rozumowania dedukcyjne,
- samodzielnie i twórczo rozwija oraz pogłębia swoją wiedzę,
- planuje i organizuje swoją pracę,
- samodzielnie rozwiązuje zadania wymagające zastosowania wiadomości w sytuacjach nietypowych.

### **Ocena celujący:**

Uczeń opanował wiadomości i umiejętności przewidziane programem nauczania w następującym zakresie:

- twórczo rozwija własne uzdolnienia i zainteresowania,
- pomysłowo i oryginalnie rozwiązuje nietypowe zadania,
- bierze udział i osiąga sukcesy w konkursach i olimpiadach matematycznych.

## **Treści kształcenia. Założone osiągnięcia uczniów.**

**Ocena śródroczna** obejmuje treści kształcenia zrealizowane w punktach: 1, 2, 3, 4.

### **1. Wielomiany**

Wielomian jednej zmiennej. Dodawanie, odejmowanie i mnożenie wielomianów. Wzory skróconego mnożenia stopnia 3. Zastosowanie wzorów skróconego mnożenia w działaniach na wielomianach. Równość wielomianów. Podzielność wielomianów. Dzielenie wielomianu. Dzielenie wielomianu z resztą. Dzielenie wielomianu przez dwumian liniowy za pomocą schematu Hornera. Wzór  $a^n - b^n$ . Pierwiastek wielomianu. Twierdzenie Bezouta. Pierwiastek wielokrotny. Pierwiastek wielomianu o współczynnikach całkowitych. Rozkładanie wielomianów na czynniki. Równania wielomianowe. Zadania prowadzące do równań wielomianowych. Równania wielomianowe z parametrem. Funkcje wielomianowe. Nierówności wielomianowe.

Uczeń potrafi:

- odróżnić wielomian od innego wyrażenia;
- dodać, odjąć i pomnożyć wielomiany;
- podzielić wielomiany (również metodą schematu Hornera);
- rozłożyć wielomian na czynniki, stosując poznane wzory skróconego mnożenia, grupowanie wyrazów oraz wyłączanie wspólnego czynnika poza nawias;
- rozwiązywać proste równania wielomianowe;

- stosować twierdzenie Bezouta w rozkładzie wielomianu na czynniki i w rozwiązywaniu równań;
- sprawnie rozwiązywać równania wielomianowe (w tym z wartością bezwzględną i parametrem);
- rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań wielomianowych;
- rozwiązywać zadania dotyczące wielomianów, w których potrafi zastosować poznane definicje i twierdzenia;
- rozwiązywać zadania na dowodzenie dotyczące własności wielomianów;
- szukać pierwiastki całkowite (wymierne) wielomianu o współczynnikach całkowitych.

## 2. Ułamki algebraiczne. Równania i nierówności wymierne

Ułamek algebraiczny. Skracanie i rozszerzanie ułamków algebraicznych. Dodawanie i odejmowanie ułamków algebraicznych. Mnożenie i dzielenie ułamków algebraicznych. Równania wymierne. Zadania tekstowe prowadzące do równań wymiernych. Nierówności wymierne. Zadania na dowodzenie

z zastosowaniem ułamków algebraicznych. Funkcje wymierne. Funkcja homograficzna.

Uczeń potrafi:

- wyznaczyć dziedzinę ułamka algebraicznego;
- skracać, rozszerzać, dodawać, odejmować, mnożyć i dzielić ułamki algebraiczne;
- rozwiązywać proste równania wymierne prowadzące do równań liniowych lub kwadratowych;
- rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do prostych równań wymiernych;
- szkicować wykres funkcji  $y = \frac{a}{x}$ , dla danego  $a \neq 0$ ;
- omówić własności funkcji  $y = \frac{a}{x}$ , dla danego  $a \neq 0$ ;
- przekształcić wykres funkcji  $y = \frac{a}{x}$  (stosując poznane przekształcenia wykresów funkcji);
- korzystać ze wzoru i wykresu funkcji  $y = \frac{a}{x}$  do interpretacji zagadnień związanych z wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi.
- rozwiązywać proste równania wymierne;
- rysować wykresy funkcji homograficznych (w tym z wartością bezwzględną) i na ich podstawie opisywać własności funkcji;
- rozwiązywać zadania dotyczące własności funkcji homograficznej;
- rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do prostych równań wymiernych;
- rozwiązywać równania wymierne z parametrem (w tym także z wartością bezwzględną), w których wykorzystuje się wykres funkcji homograficznej (interpretacja graficzna równania);
- rozwiązywać zadania dotyczące różnych własności funkcji wymiernych.
- rozwiązywać proste nierówności wymierne;
- rozwiązywać zadania na dowodzenie z zastosowaniem ułamków algebraicznych.

### 3. Ciągi liczbowe

Określenie ciągu. Sposoby opisywania ciągów (w tym ciągi określone rekurencyjnie). Monotoniczność ciągu. Ciąg arytmetyczny. Suma początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego. Ciąg geometryczny. Suma początkowych wyrazów ciągu geometrycznego. Lokaty pieniężne i kredyty bankowe. Ciąg arytmetyczny i ciąg geometryczny – zadania różne. Granica ciągu liczbowego. Własności ciągów zbieżnych. Ciągi rozbieżne do nieskończoności. Szereg geometryczny.

Uczeń potrafi:

- określać ciąg wzorem ogólnym;
- wyznaczać wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym;
- obliczać początkowe wyrazy ciągów określonych rekurencyjnie;
- narysować wykres ciągu i podać własności tego ciągu na podstawie wykresu;
- zbadać monotoniczność ciągu;
- zbadać, czy dany ciąg jest ciągiem arytmetycznym;
- wyznaczyć ciąg arytmetyczny na podstawie wskazanych danych;
- wyznaczyć sumę  $n$  początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego;
- rozwiązywać zadania tekstowe z wykorzystaniem własności ciągu arytmetycznego;
- zbadać, czy dany ciąg jest ciągiem geometrycznym;
- wyznaczyć ciąg geometryczny na podstawie wskazanych danych;
- wyznaczyć sumę  $n$  początkowych wyrazów ciągu geometrycznego;
- rozwiązywać zadania tekstowe z wykorzystaniem własności ciągu geometrycznego;
- rozwiązywać zadania stosując wzory na  $n$ -ty wyraz i sumę  $n$  początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego i ciągu geometrycznego, również umieszczone w kontekście praktycznym;
- stosować procent prosty i procent składany w zadaniach dotyczących oprocentowania lokat i kredytów;
- wykazać na podstawie definicji, że dana liczba jest granicą ciągu;
- obliczać granice ciągów zbieżnych (także z twierdzenia o trzech ciągach);
- obliczać granice niewłaściwe ciągów rozbieżnych do nieskończoności;
- odróżniać ciąg geometryczny od szeregu geometrycznego;
- badać warunek istnienia sumy szeregu geometrycznego;
- obliczać sumę szeregu geometrycznego;
- zamieniać ułamki okresowe na zwykłe;
- stosować wzór na sumę szeregu geometrycznego w zadaniach (rozwiązywanie równań, nierówności, zadań geometrycznych itp.).

### 4. Kombinatoryka. Dwumian Newtona. Trójkąt Pascala

Reguła mnożenia i reguła dodawania. Silnia. Symbol Newtona. Wariacje. Permutacje. Kombinacje. Wzór dwumianowy Newtona. Trójkąt Pascala. Kombinatoryka – zadania różne.

Uczeń potrafi:

- zliczać obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych, niewymagających użycia wzorów kombinatorycznych (posługuje się grafami w postaci drzewa, stosuje regułę mnożenia oraz regułę dodawania);
- obliczyć wartość liczby  $n!$ ;
- skrócić wyrażenia zawierające  $n!$ ;
- obliczyć wartość wyrażenia zawierającego symbol Newtona;
- stosować wzory na liczbę permutacji, wariacji z powtórzeniami i bez powtórzeń oraz kombinacji;
- rozwiązywać zadania tekstowe z zastosowaniem kombinatoryki.
- zastosować wzór dwumianowy Newtona i jego własności przy rozwiązywaniu problemów kombinatorycznych
- odtworzyć strukturę Trójkąta Pascala.

**Ocena roczna** obejmuje wszystkie treści kształcenia oraz te zrealizowane w punktach 5-9.

### **5. Geometria płaska – czworokąty**

Podział czworokątów. Trapezoidy. Trapezy. Równoległoboki. Okrąg opisany na czworokącie. Okrąg wpisany w czworokąt. Okrąg opisany na czworokącie, okrąg wpisany w czworokąt – zadania na dowodzenie. Wielokąt. Wielokąt foremny. Podobieństwo. Figury podobne. Podobieństwo czworokątów.

Uczeń potrafi:

- posługiwać się własnościami czworokątów w rozwiązywaniu zadań;
- stosować poznane twierdzenia w rozwiązywaniu zadań dotyczących wielokątów;
- stosować funkcje trygonometryczne w rozwiązywaniu zadań geometrycznych dotyczących czworokątów;
- stosować własności podobieństwa figur w rozwiązywaniu zadań, w tym umieszczonych w kontekście praktycznym;
- stosować twierdzenie o okręgu wpisanym w czworokąt i opisanym na czworokącie;
- stosować poznane twierdzenia w rozwiązywaniu zadań dotyczących wielokątów;
- stosować funkcje trygonometryczne w rozwiązywaniu zadań geometrycznych dotyczących czworokątów;
- rozwiązywać zadania na dowodzenie dotyczące własności czworokątów.

### **6. Geometria płaska – pole czworokąta**

Pole prostokąta. Pole kwadratu. Pole równoległoboku. Pole rombu. Pole trapezu. Pole czworokąta – zadania różne (pole wielokąta). Pola figur podobnych. Mapa. Skala mapy.

Uczeń potrafi:

- stosować poznane wzory do obliczania pól wielokątów;

- stosować twierdzenie dotyczące pól figur podobnych, w tym również umieszczonych w kontekście praktycznym (np. dotyczących planu, mapy, skali mapy);
- rozwiązywać zadania z zastosowaniem pól figur płaskich, również z wykorzystaniem funkcji trygonometrycznych.

## 7. Elementy analizy matematycznej

Powtórzenie i uzupełnienie wiadomości o granicach ciągów. Granica funkcji w punkcie. Obliczanie granic funkcji

w punkcie. Granice jednostronne funkcji w punkcie. Granice funkcji w nieskończoności. Granica niewłaściwa funkcji. Ciągłość funkcji w punkcie. Ciągłość funkcji w zbiorze. Asymptoty wykresu funkcji. Pochodna funkcji w punkcie. Funkcja pochodna. Funkcja złożona. Pochodna funkcji złożonej. Styczna do wykresu funkcji. Pochodna funkcji

a monotoniczność funkcji. Ekstrema lokalne funkcji. Największa i najmniejsza wartość funkcji w przedziale. Zastosowanie pochodnej w rozwiązywaniu zadań.

Uczeń potrafi:

- obliczyć granicę właściwą i niewłaściwą w punkcie i nieskończoności;
- obliczyć granice funkcji na krańcach przedziałów określoności;
- zbadać ciągłość funkcji w punkcie i w zbiorze;
- wykorzystać własności funkcji ciągłych w zadaniach;
- stosować własność Darboux do uzasadniania istnienia miejsca zerowego funkcji i znajdowania przybliżonej wartości miejsca zerowego;
- obliczyć pochodną funkcji w punkcie;
- obliczyć pochodną funkcji potęgowej o wykładniku rzeczywistym;
- posługiwać się złożeniami funkcji;
- obliczyć pochodną funkcji złożonej;
- sprawnie wyznaczać funkcje pochodne danych funkcji na podstawie poznanych wzorów;
- napisać równanie stycznej do wykresu funkcji oraz rozwiązywać różne zadania z wykorzystaniem wiadomości o stycznej;
- zbadać monotoniczność funkcji za pomocą pochodnej;
- wyznaczyć ekstrema funkcji różniczkowalnej;
- zbadać przebieg zmienności funkcji i naszkicować jej wykres;
- zastosować rachunek pochodnych do analizy zjawisk opisanych wzorami funkcji wymiernych (w tym zadania optymalizacyjne).

## 8. Trygonometria

Powtórzenie wiadomości z trygonometrii z klasy I i II. Przekształcenia wykresów funkcji

trygonometrycznych. Proste równania trygonometryczne. Funkcje trygonometryczne sumy i różnicy.

Sumy i różnice funkcji trygonometrycznych. Równania trygonometryczne.

Uczeń potrafi:

- przekształcać wykresy funkcji trygonometrycznych;
- rozwiązywać proste równania trygonometryczne;
- sprawnie operować poznanymi wzorami w dowodzeniu tożsamości trygonometrycznych oraz innych zadaniach;
- rozwiązywać równania trygonometryczne z zastosowaniem poznanych wzorów.

## 9. Geometria analityczna

Równanie kierunkowe prostej, równanie ogólne prostej – powtórzenie. Odległość punktu od prostej. Odległość między dwiema prostymi równoległymi. Wzajemne położenie prostej i okręgu. Styczna do okręgu. Rozwiązywanie zadań dotyczących wielokątów w układzie współrzędnych. Wyznaczanie obrazów okręgów i wielokątów w symetriach osiowych względem osi układu współrzędnych i w symetrii środkowej względem punktu  $O(0, 0)$ . Wektor w układzie współrzędnych – powtórzenie wiadomości. Kąt między niezerowymi wektorami. Kąt między prostymi. Pole trójkąta. Pole wielokąta. Wzajemne położenie dwóch okręgów. Rozwiązywanie zadań z geometrii analitycznej. Jednokładność. Jednokładność w układzie współrzędnych. Zastosowanie analizy matematycznej w rozwiązywaniu zadań z geometrii analitycznej.

Uczeń potrafi:

- obliczyć odległość dwóch punktów w układzie współrzędnych;
- wyznaczyć współrzędne środka odcinka;
- zastosować informacje o wektorze w układzie współrzędnych do rozwiązywania zadań;
- badać równoległość oraz prostopadłość wektorów;
- wyznaczyć równanie prostej przechodzącej przez dwa dane punkty (w postaci kierunkowej lub ogólnej);
- zbadać równoległość i prostopadłość prostych na podstawie ich równań kierunkowych;
- wyznaczyć równanie prostej, która jest równoległa lub prostopadła do danej prostej w postaci kierunkowej (lub ogólnej) i przechodzi przez dany punkt;
- obliczyć współrzędne punktu przecięcia dwóch prostych;
- odróżnić równanie okręgu od innych równań;
- przekształcać równanie okręgu do postaci kanonicznej i odczytywać współrzędne środka i promień okręgu;
- znaleźć punkty wspólne dwóch okręgów;
- wyznaczać równanie okręgu o zadanych własnościach;
- znaleźć współrzędne punktów wspólnych dla prostej i okręgu oraz prostej i paraboli będącej wykresem funkcji kwadratowej;
- wyznaczyć równanie stycznej do okręgu;
- stosować wzór na odległość punktu od prostej (w tym obliczać odległość między prostymi równoległymi);
- stosować przekształcenia geometryczne w rozwiązywaniu zadań z geometrii analitycznej;
- zastosować analizę matematyczną w rozwiązywaniu zadań z geometrii analitycznej;
- rozwiązywać zadania dotyczące trójkątów, czworokątów oraz okręgów z zastosowaniem poznanej wiedzy.

Nauczyciel przedmiotu uwzględnia zalecenia zawarte w opinii Poradni Psychologiczno-Pedagogicznej i dostosowuje do nich wymagania.

Możliwe sposoby sprawdzania wiedzy i umiejętności to: sprawdziany, kartkówki, odpowiedzi ustne, zadania domowe, aktywność na lekcji, praca w grupach.