

# **Wymagania edukacyjne niezbędne do otrzymania przez uczennicę/ucznia poszczególnych śródrocznych i rocznych ocen klasyfikacyjnychz matematyki w roku szkolnym 2025/2026 zgodne z podstawą programową dla 5-letniego technikum**

**Nazwa podręcznika:** „Matematyka. Podręcznik do liceów i techników. Zakres rozszerzony. Klasa 3, 4. Dla absolwentów SZKOŁY PODSTAWOWEJ”.

**Autorzy podręcznika:** Marcin Kurczab, Elżbieta Kurczab, Elżbieta Świda.

**Nazwa programu:** „ Matematyka. Solidnie od podstaw. Program nauczania w liceach i w technikach. Zakres rozszerzony.”

**Autorzy programu:** Marcin Kurczab, Elżbieta Kurczab, Elżbieta Świda, Tomasz Szwed.

**Numer Ewidencyjny w wykazie MEN:** 979/3/2021 979/4/2022

<b>Klasa</b>	<b>5fg</b>
<b>Nauczyciel uczący</b>	<b>Zuzanna Durlak</b>
<b>Poziom</b>	<b>rozszerzony</b>

## **Ocena dopuszczająca:**

Uczeń opanował wiadomości i umiejętności przewidziane programem nauczania w następującym zakresie:

- samodzielnie rozwiązuje typowe zadania omawiane na lekcji,
- wykazuje się rozumieniem omawianych pojęć i twierdzeń,
- przeprowadza proste rozumowania dedukcyjne poznane na lekcjach,
- wykonuje proste obliczenia i przekształcenia matematyczne.

## **Ocena dostateczna:**

Uczeń opanował wiadomości i umiejętności przewidziane programem nauczania w następującym zakresie:

- stosuje poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania typowych zadań,
- samodzielnie przeprowadza proste rozumowania dedukcyjne,
- wykazuje się znajomością i rozumieniem poznanych pojęć i twierdzeń oraz algorytmów,
- wykonuje trudniejsze obliczenia i przekształcenia matematyczne,
- sprawnie wykonuje obliczenia rachunkowe.

## **Ocena dobra:**

Uczeń opanował wiadomości i umiejętności przewidziane programem nauczania w następującym zakresie:

- samodzielnie poszukuje sposobów rozwiązywania dostrzeżonych problemów matematycznych,
- posługuje się językiem matematycznym, który może zawierać nieliczne błędy i potknięcia,
- dostrzega prawidłowości i uogólnia spostrzeżenia,
- wykorzystuje umiejętności matematyczne do rozwiązywania problemów z innych dziedzin wiedzy,
- przeprowadza proste rozumowania dedukcyjne.

#### **Ocena bardzo dobra:**

Uczeń opanował wiadomości i umiejętności przewidziane programem nauczania w następującym zakresie:

- biegle i z dużą wprawą rozwiązuje zadania,
- posługuje się poprawnie językiem matematycznym,
- przeprowadza złożone rozumowania dedukcyjne,
- samodzielnie i twórczo rozwija oraz pogłębia swoją wiedzę,
- planuje i organizuje swoją pracę,
- samodzielnie rozwiązuje zadania wymagające zastosowania wiadomości w sytuacjach nietypowych.

#### **Ocena celująca:**

Uczeń opanował wiadomości i umiejętności przewidziane programem nauczania w następującym zakresie:

- twórczo rozwija własne uzdolnienia i zainteresowania,
- pomysłowo i oryginalnie rozwiązuje nietypowe zadania,
- bierze udział i osiąga sukcesy w konkursach i olimpiadach matematycznych.

### **Treści kształcenia. Założone osiągnięcia uczniów.**

**Ocena śródroczna** obejmuje treści kształcenia zrealizowane w punktach: 1, 2, 3, 4.

#### **1. Trygonometria**

Powtórzenie wiadomości z trygonometrii z klasy I i II. Przekształcenia wykresów funkcji trygonometrycznych. Proste równania trygonometryczne. Funkcje trygonometryczne sumy i różnicy. Sumy i różnice funkcji trygonometrycznych. Równania trygonometryczne.

Uczeń potrafi:

- przekształcać wykresy funkcji trygonometrycznych;
- rozwiązywać proste równania trygonometryczne;
- sprawnie operować poznanymi wzorami w dowodzeniu tożsamości trygonometrycznych oraz innych zadaniach;
- rozwiązywać równania trygonometryczne z zastosowaniem poznanych wzorów.

#### **2. Elementy analizy matematycznej**

Powtórzenie i uzupełnienie wiadomości o granicach ciągów. Granica funkcji w punkcie. Obliczanie granic funkcji

w punkcie. Granice jednostronne funkcji w punkcie. Granice funkcji w nieskończoności. Granica niewłaściwa funkcji. Ciągłość funkcji w punkcie. Ciągłość funkcji w zbiorze. Asymptoty wykresu funkcji. Pochodna funkcji w punkcie. Funkcja pochodna. Funkcja złożona. Pochodna funkcji złożonej. Styczna do wykresu funkcji. Pochodna funkcji

a monotoniczność funkcji. Ekstrema lokalne funkcji. Największa i najmniejsza wartość funkcji w przedziale. Zastosowanie pochodnej w rozwiązywaniu zadań.

Uczeń potrafi:

- obliczyć granicę właściwą i niewłaściwą w punkcie i nieskończoności;
- obliczyć granice funkcji na krańcach przedziałów określoności;
- zbadać ciągłość funkcji w punkcie i w zbiorze;
- wykorzystać własności funkcji ciągłych w zadaniach;
- stosować własność Darboux do uzasadniania istnienia miejsca zerowego funkcji i znajdowania przybliżonej wartości miejsca zerowego;
- obliczyć pochodną funkcji w punkcie;
- obliczyć pochodną funkcji potęgowej o wykładniku rzeczywistym;
- posługiwać się złożeniami funkcji;
- obliczyć pochodną funkcji złożonej;
- sprawnie wyznaczać funkcje pochodne danych funkcji na podstawie poznanych wzorów;
- napisać równanie stycznej do wykresu funkcji oraz rozwiązywać różne zadania z wykorzystaniem wiadomości o stycznej;
- zbadać monotoniczność funkcji za pomocą pochodnej;
- wyznaczyć ekstrema funkcji różniczkowalnej;
- zbadać przebieg zmienności funkcji i naszkicować jej wykres;
- zastosować rachunek pochodnych do analizy zjawisk opisanych wzorami funkcji wymiernych (w tym zadania optymalizacyjne).

### 3. Geometria analityczna

Równanie kierunkowe prostej, równanie ogólne prostej – powtórzenie. Odległość punktu od prostej. Odległość między dwiema prostymi równoległymi. Wzajemne położenie prostej i okręgu. Styczna do okręgu. Rozwiązywanie zadań dotyczących wielokątów w układzie współrzędnych. Wyznaczanie obrazów okręgów i wielokątów w symetriach osiowych względem osi układu współrzędnych i w symetrii środkowej względem punktu  $O(0, 0)$ . Wektor w układzie współrzędnych – powtórzenie wiadomości. Kąt między niezerowymi wektorami. Kąt między prostymi. Pole trójkąta. Pole wielokąta. Wzajemne położenie dwóch okręgów. Rozwiązywanie zadań z geometrii analitycznej. Jednokładność. Jednokładność w układzie współrzędnych. Zastosowanie analizy matematycznej w rozwiązywaniu zadań z geometrii analitycznej.

Uczeń potrafi:

- obliczyć odległość dwóch punktów w układzie współrzędnych;
- wyznaczyć współrzędne środka odcinka;
- zastosować informacje o wektorze w układzie współrzędnych do rozwiązywania zadań;
- badać równoległość oraz prostopadłość wektorów;

- wyznaczyć równanie prostej przechodzącej przez dwa dane punkty (w postaci kierunkowej lub ogólnej);
- zbadać równoległość i prostopadłość prostych na podstawie ich równań kierunkowych;
- wyznaczyć równanie prostej, która jest równoległa lub prostopadła do danej prostej w postaci kierunkowej (lub ogólnej) i przechodzi przez dany punkt;
- obliczyć współrzędne punktu przecięcia dwóch prostych;
- odróżnić równanie okręgu od innych równań;
- przekształcać równanie okręgu do postaci kanonicznej i odczytywać współrzędne środka i promień okręgu;
- znaleźć punkty wspólne dwóch okręgów;
- wyznaczać równanie okręgu o zadanych własnościach;
- znaleźć współrzędne punktów wspólnych dla prostej i okręgu oraz prostej i paraboli będącej wykresem funkcji kwadratowej;
- wyznaczyć równanie stycznej do okręgu;
- stosować wzór na odległość punktu od prostej (w tym obliczać odległość między prostymi równoległymi);
- stosować przekształcenia geometryczne w rozwiązywaniu zadań z geometrii analitycznej;
- zastosować analizę matematyczną w rozwiązywaniu zadań z geometrii analitycznej;
- rozwiązywać zadania dotyczące trójkątów, czworokątów oraz okręgów z zastosowaniem poznanej wiedzy.

#### **4. Funkcja wykładnicza. Funkcja logarytmiczna**

Potęga o wykładniku rzeczywistym – powtórzenie. Funkcja wykładnicza i jej własności. Równania wykładnicze. Nierówności wykładnicze. Zastosowanie funkcji wykładniczej do rozwiązywania zadań umieszczonych w kontekście praktycznym. Logarytm – powtórzenie wiadomości. Funkcja logarytmiczna i jej własności. Zastosowanie logarytmów i wykresu funkcji logarytmicznej do rozwiązywania zadań umieszczonych w kontekście praktycznym.

Uczeń potrafi:

- sprawnie wykonywać działania na potęgach o wykładniku rzeczywistym; stosować własności działań na potęgach w rozwiązywaniu zadań;
- odróżnić funkcję wykładniczą od innych funkcji; sporządzać wykresy funkcji wykładniczych dla różnych podstaw; przekształcać wykresy funkcji wykładniczych;
- opisywać własności funkcji wykładniczych na podstawie ich wykresów;
- rozwiązywać proste równania i nierówności wykładnicze;
- posługiwać się funkcjami wykładniczymi do opisu zjawisk fizycznych, chemicznych, biologicznych, a także w zagadnieniach osadzonych w kontekście praktycznym;
- obliczać logarytm; stosować własności logarytmów w rozwiązywaniu zadań;
- interpretować graficznie równania i nierówności z funkcją wykładniczą oraz logarytmiczną;
- odróżnić funkcję logarytmiczną od innych funkcji; rysować i przekształcać wykresy funkcji logarytmicznych; opisywać własności funkcji logarytmicznych na podstawie ich wykresów;
- posługiwać się funkcjami logarytmicznymi do opisu zjawisk fizycznych, chemicznych, a także w zagadnieniach osadzonych w kontekście praktycznym.

**Ocena roczna** obejmuje wszystkie treści kształcenia oraz te zrealizowane w punktach 5-8.

### **5. Kombinatoryka. Dwumian Newtona. Trójkąt Pascala**

Reguła mnożenia i reguła dodawania. Silnia. Symbol Newtona. Wariacje. Permutacje. Kombinacje. Wzór dwumianowy Newtona. Trójkąt Pascala. Kombinatoryka – zadania różne.

Uczeń potrafi:

- zliczać obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych, niewymagających użycia wzorów kombinatorycznych (posługuje się grafami w postaci drzewa, stosuje regułę mnożenia oraz regułę dodawania);
- obliczyć wartość liczby  $n!$ ;
- skrócić wyrażenia zawierające  $n!$ ;
- obliczyć wartość wyrażenia zawierającego symbol Newtona;
- stosować wzory na liczbę permutacji, wariacji z powtórzeniami i bez powtórzeń oraz kombinacji;
- rozwiązywać zadania tekstowe z zastosowaniem kombinatoryki.
- zastosować wzór dwumianowy Newtona i jego własności przy rozwiązywaniu problemów kombinatorycznych
- odtworzyć strukturę Trójkąta Pascala.

### **6. Rachunek prawdopodobieństwa. Elementy statystyki opisowej**

Zadania z kombinatoryki – powtórzenie wiadomości. Doświadczenie losowe. Zdarzenia. Działania na zdarzeniach. Obliczanie prawdopodobieństwa. Doświadczenie losowe wieloetapowe. Prawdopodobieństwo warunkowe. Twierdzenie o prawdopodobieństwie całkowitym. Wzór Bayesa. Niezależność zdarzeń. Schemat Bernoulliego. Podstawowe pojęcia statystyki. Sposoby prezentowania danych w wyniku obserwacji statystycznej. Średnia z próby. Mediana z próby i moda z próby.

Uczeń potrafi:

- zliczać obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych, niewymagających użycia wzorów kombinatorycznych (posługuje się grafami w postaci drzewa, stosuje regułę mnożenia oraz regułę dodawania);
- zliczać obiekty z wykorzystaniem wzorów na permutacje, wariacje (z powtórzeniami i bez) oraz kombinacje;
- określić zbiór (skończony) zdarzeń elementarnych doświadczenia losowego i obliczyć jego moc; wyznaczyć liczbę zdarzeń elementarnych sprzyjających danemu zdarzeniu losowemu;
- obliczać prawdopodobieństwa zdarzeń losowych na podstawie twierdzenia o prawdopodobieństwie klasycznym;
- stosować własności prawdopodobieństwa w rozwiązywaniu zadań;
- wykorzystać sumę, iloczyn i różnicę zdarzeń do obliczania prawdopodobieństwa;
- zastosować w zadaniach prawdopodobieństwo warunkowe;
- wykorzystać twierdzenie o prawdopodobieństwie całkowitym; użyć w zadaniu wzór Bayesa;
- sprawdzić niezależność zdarzeń;
- zastosować w zadaniach schemat Bernoulliego;
- obliczać średnią arytmetyczną, średnią ważoną, medianę, dominantę;

- interpretować wymieniane wyżej parametry statystyczne; odczytywać i interpretować dane empiryczne z tabel, diagramów i wykresów; przedstawiać dane empiryczne w postaci tabel, diagramów i wykresów;
- przeprowadzać analizę ilościową przedstawionych danych; porównywać i określać zależności między odczytanymi danymi.

## 7. Geometria przestrzenna – wielościany

Płaszczyzny i proste w przestrzeni. Rzut równoległy na płaszczyznę. Rysowanie figur płaskich w rzucie równoległym na płaszczyznę. Prostopadłość prostych i płaszczyzn w przestrzeni. Rzut prostokątny na płaszczyznę. Kąt między prostą a płaszczyzną. Kąt dwuścienny. Twierdzenie o trzech prostych prostopadłych. Graniastosłupy. Ostrosłupy. Siatka wielościanu. Pole powierzchni wielościanu. Objętość figury przestrzennej. Objętość wielościanów. Przekroje wybranych wielościanów. Wielościany podobne. Objętość wielościanów podobnych. Zastosowanie analizy matematycznej w rozwiązywaniu zadań z geometrii przestrzennej.

Uczeń potrafi:

- badać wzajemne położenie prostych i płaszczyzn w przestrzeni;
- narysować figurę płaską w rzucie równoległym na płaszczyznę;
- stosować twierdzenie o trzech prostych prostopadłych;
- poprawnie narysować graniastosłup lub ostrosłup w rzucie; podać własności figur przestrzennych, takich jak graniastosłupy, ostrosłupy
- rozpoznać w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między odcinkami (np. krawędziami i przekątnymi itp.) oraz obliczyć miary tych kątów;
- rozpoznać w graniastosłupach i ostrosłupach kąt między odcinkami i płaszczyznami (między krawędziami i ścianami, przekątnymi i ścianami) oraz obliczyć miary tych kątów; posługuje się pojęciem kąta dwuściennego między półpłaszczyznami;
- rozpoznać w graniastosłupach i ostrosłupach kąt między ścianami;
- stosować wiedzę z trygonometrii do obliczania długości odcinków oraz miar kątów;
- rysować siatki figur przestrzennych;
- skonstruować przekrój płaszczyzną prostopadłościanu lub ostrosłupa prawidłowego;
- określić, jaką figurą jest dany przekrój płaszczyzną prostopadłościanu lub ostrosłupa prawidłowego (w prostych przypadkach obliczyć pole przekroju);
- oblicza objętości i pola powierzchni graniastosłupów i ostrosłupów, również z wykorzystaniem trygonometrii i poznanych twierdzeń;
- wykorzysta zależność między objętościami brył podobnych;
- rozwiązywać zadania z geometrii przestrzennej z wykorzystaniem analizy matematycznej.

## 8. Geometria przestrzenna – bryły obrotowe

Walec. Pole powierzchni walca. Objętość walca. Stożek. Pole powierzchni stożka. Objętość stożka. Kula i sfera. Bryły obrotowe podobne. Objętość brył obrotowych podobnych. Bryły obrotowe – zadania różne. Zastosowanie analizy matematycznej w rozwiązywaniu zadań z geometrii przestrzennej.

Uczeń potrafi:

- rozpoznać w walcach i stożkach kąt między odcinkami oraz kąt między odcinkami i płaszczyznami (np. kąt rozwarcia stożka, kąt między tworzącą a podstawą) oraz obliczyć miary tych kątów;
- wyznaczać pola i objętości brył obrotowych; wyznaczyć pole sfery, również z wykorzystaniem trygonometrii i poznanych twierdzeń;
- zastosować w zadaniach zależności między figurami obrotowymi podobnymi;
- rozwiązywać zadania z geometrii przestrzennej z wykorzystaniem analizy matematycznej.

Nauczyciel przedmiotu uwzględnia zalecenia zawarte w opinii Poradni Psychologiczno-Pedagogicznej i dostosowuje do nich wymagania.

Możliwe sposoby sprawdzania wiedzy i umiejętności to: sprawdziany, kartkówki, odpowiedzi ustne, zadania domowe, aktywność na lekcji, praca w grupach.