**Wymagania edukacyjne niezbędne do otrzymania przez uczennicę/ucznia poszczególnych śródrocznych i rocznych ocen klasyfikacyjnych** **z matematyki w roku szkolnym 2025/2026 zgodne z podstawą programową dla 5-letniego technikum**

**Nazwa podręcznika: „Matematyka. Podręcznik do liceów i techników. Zakres rozszerzony. Klasa 3, 4. Dla absolwentów SZKOŁY PODSTAWOWEJ”.**

**Autorzy podręcznika: Marcin Kurczab, Elżbieta Kurczab, Elżbieta Świda.**

**Nazwa programu: „ Matematyka. Solidnie od podstaw. Program nauczania w liceach i w technikach. Zakres rozszerzony.”**

**Autorzy programu: Marcin Kurczab, Elżbieta Kurczab, Elżbieta Świda, Tomasz Szwed.**

**Numer Ewidencyjny w wykazie MEN:  979/3/2021 979/4/2022**

|  |  |
| --- | --- |
| **Klasa** | **5p** |
| **Nauczyciel uczący** | **Maria Roman** |
| **Poziom** | **rozszerzony** |

**Ocena dopuszczająca:**

Uczeń opanował wiadomości i umiejętności przewidziane programem nauczania w następującym zakresie:

- samodzielnie rozwiązuje typowe zadania omawiane na lekcji,

- wykazuje się rozumieniem omawianych pojęć i twierdzeń,

- przeprowadza proste rozumowania dedukcyjne poznane na lekcjach,

- wykonuje proste obliczenia i przekształcenia matematyczne.

**Ocena dostateczna:**

Uczeń opanował wiadomości i umiejętności przewidziane programem nauczania w następującym zakresie:

- stosuje poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania typowych zadań,

- samodzielnie przeprowadza proste rozumowania dedukcyjne,

-wykazuje się znajomością i rozumieniem poznanych pojęć i twierdzeń oraz algorytmów,

- wykonuje trudniejsze obliczenia i przekształcenia matematyczne,

- sprawnie wykonuje obliczenia rachunkowe.

**Ocena dobra:**

Uczeń opanował wiadomości i umiejętności przewidziane programem nauczania w następującym zakresie:

- samodzielnie poszukuje sposobów rozwiązywania dostrzeżonych problemów matematycznych,

- posługuje się językiem matematycznym, który może zawierać nieliczne błędy i potknięcia,

- dostrzega prawidłowości i uogólnia spostrzeżenia,

- wykorzystuje umiejętności matematyczne do rozwiązywania problemów z innych dziedzin wiedzy,

- przeprowadza proste rozumowania dedukcyjne.

**Ocena bardzo dobra:**

Uczeń opanował wiadomości i umiejętności przewidziane programem nauczania w następującym zakresie:

- biegle i z dużą wprawą rozwiązuje zadania,

- posługuje się poprawnie językiem matematycznym,

- przeprowadza złożone rozumowania dedukcyjne,

- samodzielnie i twórczo rozwija oraz pogłębia swoja wiedzę,

- planuje i organizuje swoją pracę,

- samodzielnie rozwiązuje zadania wymagające zastosowania wiadomości w sytuacjach nietypowych.

**Ocena celująca:**

Uczeń opanował wiadomości i umiejętności przewidziane programem nauczania w następującym zakresie:

- twórczo rozwija własne uzdolnienia i zainteresowania,

- pomysłowo i oryginalnie rozwiązuje nietypowe zadania,

- bierze udział i osiąga sukcesy w konkursach i olimpiadach matematycznych.

**Treści kształcenia. Założone osiągnięcia uczniów.**

**1. Trygonometria**

Powtórzenie wiadomości z trygonometrii z klasy I i II. Przekształcenia wykresów funkcji trygonometrycznych. Proste równania trygonometryczne. Funkcje trygonometryczne sumy i różnicy. Sumy i różnice funkcji trygonometrycznych. Równania trygonometryczne.

Uczeń potrafi:

* przekształcać wykresy funkcji trygonometrycznych;
* rozwiązywać proste równania trygonometryczne;
* sprawnie operować poznanymi wzorami w dowodzeniu tożsamości trygonometrycznych oraz innych zadaniach;
* rozwiązywać równania trygonometryczne z zastosowaniem poznanych wzorów.

**2. Elementy analizy matematycznej**

Powtórzenie i uzupełnienie wiadomości o granicach ciągów. Granica funkcji w punkcie. Obliczanie granic funkcji

w punkcie. Granice jednostronne funkcji w punkcie. Granice funkcji w nieskończoności. Granica niewłaściwa funkcji. Ciągłość funkcji w punkcie. Ciągłość funkcji w zbiorze. Asymptoty wykresu funkcji. Pochodna funkcji w punkcie. Funkcja pochodna. Funkcja złożona. Pochodna funkcji złożonej. Styczna do wykresu funkcji. Pochodna funkcji

a monotoniczność funkcji. Ekstrema lokalne funkcji. Największa i najmniejsza wartość funkcji w przedziale. Zastosowanie pochodnej w rozwiązywaniu zadań.

Uczeń potrafi:

* obliczyć granicę właściwą i niewłaściwą w punkcie i nieskończoności;
* obliczyć granice funkcji na krańcach przedziałów określoności;
* zbadać ciągłość funkcji w punkcie i w zbiorze;
* wykorzystać własności funkcji ciągłych w zadaniach;
* stosować własność Darboux do uzasadniania istnienia miejsca zerowego funkcji i znajdowania przybliżonej wartości miejsca zerowego;
* obliczyć pochodną funkcji w punkcie;
* obliczyć pochodną funkcji potęgowej o wykładniku rzeczywistym;
* posługiwać się złożeniami funkcji;
* obliczyć pochodną funkcji złożonej;
* sprawnie wyznaczać funkcje pochodne danych funkcji na podstawie poznanych wzorów;
* napisać równanie stycznej do wykresu funkcji oraz rozwiązywać różne zadania z wykorzys­taniem wiadomości o stycznej;
* zbadać monotoniczność funkcji za pomocą pochodnej;
* wyznaczyć ekstrema funkcji różniczkowalnej;
* zbadać przebieg zmienności funkcji i naszkicować jej wykres;
* zastosować rachunek pochodnych do analizy zjawisk opisanych wzorami funkcji wymiernych (w tym zadania optymalizacyjne).

**3. Geometria analityczna**

Równanie kierunkowe prostej, równanie ogólne prostej – powtórzenie. Odległość punktu od prostej. Odległość między dwiema prostymi równoległymi. Wzajemne położenie prostej i okręgu. Styczna   
do okręgu. Rozwiązywanie zadań dotyczących wielokątów w układzie współrzędnych. Wyznaczanie obrazów okręgów i wielokątów w symetriach osiowych względem osi układu współrzędnych i w symetrii środkowej względem punktu O(0, 0). Wektor w układzie współrzędnych – powtórzenie wiadomości. Kąt między niezerowymi wektorami. Kąt między prostymi. Pole trójkąta. Pole wielokąta. Wzajemne położenie dwóch okręgów. Rozwiązywanie zadań z geometrii analitycznej. Jednokładność. Jednokładność w układzie współrzędnych. Zastosowanie analizy matematycznej w rozwiązywaniu zadań z geometrii analitycznej.

Uczeń potrafi:

* obliczyć odległość dwóch punktów w układzie współrzędnych;
* wyznaczyć współrzędne środka odcinka;
* zastosować informacje o wektorze w układzie współrzędnych do rozwiązywania zadań;
* badać równoległość oraz prostopadłość wektorów;
* wyznaczyć równanie prostej przechodzącej przez dwa dane punkty (w postaci kierunkowej lub ogólnej);
* zbadać równoległość i prostopadłość prostych na podstawie ich równań kierunkowych;
* wyznaczyć równanie prostej, która jest równoległa lub prostopadła do danej prostej w po­staci kierunkowej (lub ogólnej) i przechodzi przez dany punkt;
* obliczyć współrzędne punktu przecięcia dwóch prostych;
* odróżnić równanie okręgu od innych równań;
* przekształcać równanie okręgu do postaci kanonicznej i odczytywać współrzędne środka i promień okręgu;
* znaleźć punkty wspólne dwóch okręgów;
* wyznaczać równanie okręgu o zadanych własnościach;
* znaleźć współrzędne punktów wspólnych dla prostej i okręgu oraz prostej i paraboli będącej wykresem funkcji kwadratowej;
* wyznaczyć równanie stycznej do okręgu;
* stosować wzór na odległość punktu od prostej (w tym obliczać odległość między prostymi równoległymi);
* stosować przekształcenia geometryczne w rozwiązywaniu zadań z geometrii analitycznej;
* zastosować analizę matematyczną w rozwiązywaniu zadań z geometrii analitycznej;
* rozwiązywać zadania dotyczące trójkątów, czworokątów oraz okręgów z zastosowaniem poznanej wiedzy.

**4. Funkcja wykładnicza. Funkcja logarytmiczna**

Potęga o wykładniku rzeczywistym – powtórzenie. Funkcja wykładnicza i jej własności. Równania wykładnicze. Nierówności wykładnicze. Zastosowanie funkcji wykładniczej do rozwiązywania zadań umieszczonych w kontekście praktycznym. Logarytm – powtórzenie wiadomości. Funkcja logarytmiczna i jej własności. Zastosowanie logarytmów i wykresu funkcji logarytmicznej do rozwiązywania zadań umieszczonych w kontekście praktycznym.

Uczeń potrafi:

* sprawnie wykonywać działania na potęgach o wykładniku rzeczywistym; stosować własności działań na potęgach w rozwiązywaniu zadań;
* odróżnić funkcję wykładniczą od innych funkcji; sporządzać wykresy funkcji wykładniczych dla różnych podstaw; przekształcać wykresy funkcji wykładniczych;
* opisywać własności funkcji wykładniczych na podstawie ich wykresów;
* rozwiązywać proste równania i nierówności wykładnicze;
* posługiwać się funkcjami wykładniczymi do opisu zjawisk fizycznych, chemicznych, biologicznych, a także w zagadnieniach osadzonych w kontekście praktycznym;
* obliczać logarytm; stosować własności logarytmów w rozwiązywaniu zadań;
* interpretować graficznie równania i nierówności z funkcją wykładniczą oraz logarytmiczną
* odróżnić funkcję logarytmiczną od innych funkcji; rysować i przekształcać wykresy funkcji logarytmicznych; opisywać własności funkcji logarytmicznych na podstawie ich wykresów;
* posługiwać się funkcjami logarytmicznymi do opisu zjawisk fizycznych, chemicznych, a także w zagadnieniach osadzonych w kontekście praktycznym.

**5. Kombinatoryka. Dwumian Newtona. Trójkąt Pascala**

Reguła mnożenia i reguła dodawania. Silnia. Symbol Newtona. Wariacje. Permutacje. Kombinacje. Wzór dwumianowy Newtona. Trójkąt Pascala. Kombinatoryka – zadania różne.

Uczeń potrafi:

* zliczać obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych, niewymagających użycia wzorów kombinatorycznych (posługuje się grafami w postaci drzewa, stosuje regułę mnożenia oraz regułę dodawania);
* obliczyć wartość liczby n!;
* skrócić wyrażenia zawierające n!;
* obliczyć wartość wyrażenia zawierającego symbol Newtona;
* stosować wzory na liczbę permutacji, wariancji z powtórzeniami i bez powtórzeń oraz kombinacji;
* rozwiązywać zadania tekstowe z zastosowaniem kombinatoryki.
* zastosować wzór dwumianowy Newtona i jego własności przy rozwiązywaniu problemów kombinatorycznych
* odtworzyć strukturę Trójkąta Pascala.

**6. Rachunek prawdopodobieństwa. Elementy statystyki opisowej**

Zadania z kombinatoryki – powtórzenie wiadomości. Doświadczenie losowe. Zdarzenia. Działania na zdarzeniach. Obliczanie prawdopodobieństwa. Doświadczenie losowe wieloetapowe. Prawdopodobieństwo warunkowe. Twierdzenie o prawdopodobieństwie całkowitym. Wzór Bayesa. Niezależność zdarzeń. Schemat Bernoulliego. Podstawowe pojęcia statystyki. Sposoby prezentowania danych w wyniku obserwacji statystycznej. Średnia z próby. Mediana z próby i moda z próby.

Uczeń potrafi:

* zliczać obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych, niewymagających użycia wzorów kombinatorycznych (posługuje się grafami w postaci drzewa, stosuje regułę mnożenia oraz regułę dodawania);
* zliczać obiekty z wykorzystaniem wzorów na permutacje, wariacje (z powtórzeniami i bez) oraz kombinacje;
* określić zbiór (skończony) zdarzeń elementarnych doświadczenia losowego i obliczyć jego moc; wyznaczyć liczbę zdarzeń elementarnych sprzyjających danemu zdarzeniu losowemu;
* obliczać prawdopodobieństwa zdarzeń losowych na podstawie twierdzenia o prawdopodo­bieństwie klasycznym;
* stosować własności prawdopodobieństwa w rozwiązywaniu zadań;
* wykorzystać sumę, iloczyn i różnicę zdarzeń do obliczania prawdopodobieństwa;
* zastosować w zadaniach prawdopodobieństwo warunkowe;
* wykorzystać twierdzenie o prawdopodobieństwie całkowitym; użyć w zadaniu wzór Bayesa;
* sprawdzić niezależność zdarzeń;
* zastosować w zadaniach schemat Bernoullego;
* obliczać średnią arytmetyczną, średnią ważoną, medianę, dominantę;
* interpretować wymieniane wyżej parametry statystyczne; odczytywać i interpretować dane empiryczne z tabel, diagramów i wykresów; przedstawiać dane empiryczne w postaci tabel, diagramów i wykresów;
* przeprowadzać analizę ilościową przedstawionych danych; porównywać i określać zależności między odczytanymi danymi.

**7. Geometria przestrzenna – wielościany**

Płaszczyzny i proste w przestrzeni. Rzut równoległy na płaszczyznę. Rysowanie figur płaskich w rzucie równoległym na płaszczyznę. Prostopadłość prostych i płaszczyzn w przestrzeni. Rzut prostokątny na płaszczyznę. Kąt między prostą a płaszczyzną. Kąt dwuścienny. Twierdzenie o trzech prostych prostopadłych. Graniastosłupy. Ostrosłupy. Siatka wielościanu. Pole powierzchni wielościanu. Objętość figury przestrzennej. Objętość wielościanów. Przekroje wybranych wielościanów. Wielościany podobne. Objętość wielościanów podobnych. Zastosowanie analizy matematycznej w rozwiązywaniu zadań z geometrii przestrzennej.

Uczeń potrafi:

* badać wzajemne położenie prostych i płaszczyzn w przestrzeni;
* narysować figurę płaską w rzucie równoległym na płaszczyznę;
* stosować twierdzenie o trzech prostych prostopadłych;
* poprawnie narysować graniastosłup lub ostrosłup w rzucie; podać własności figur przestrzennych, takich jak graniastosłupy, ostrosłupy
* rozpoznać w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między odcinkami (np. krawędziami i prze­kątnymi itp.) oraz obliczyć miary tych kątów;
* rozpoznać w graniastosłupach i ostrosłupach kąt między odcinkami i płaszczyznami (między krawędziami i ścianami, przekątnymi i ścianami) oraz obliczyć miary tych kątów; posługuje się pojęciem kąta dwuściennego między półpłaszcyznami;
* rozpoznać w graniastosłupach i ostrosłupach kąt między ścianami;
* stosować wiedzę z trygonometrii do obliczania długości odcinków oraz miar kątów;
* rysować siatki figur przestrzennych;
* skonstruować przekrój płaszczyzną prostopadłościanu lub ostrosłupa prawidłowego;
* określić, jaką figurą jest dany przekrój płaszczyzną prostopadłościanu lub ostrosłupa prawidłowego (w prostych przypadkach obliczyć pole przekroju);
* oblicza objętości i pola powierzchni graniastosłupów i ostrosłupów , również z wykorzystaniem trygonometrii i poznanych twierdzeń;
* wykorzysta zależność między objętościami brył podobnych;
* rozwiązywać zadania z geometrii przestrzennej z wykorzystaniem analizy matematycznej.

**8. Geometria przestrzenna – bryły obrotowe**

Walec. Pole powierzchni walca. Objętość walca. Stożek. Pole powierzchni stożka. Objętość stożka. Kula i sfera. Bryły obrotowe podobne. Objętość brył obrotowych podobnych. Bryły obrotowe – zadania różne. Zastosowanie analizy matematycznej w rozwiązywaniu zadań z geometrii przestrzennej.

Uczeń potrafi:

* rozpoznać w walcach i stożkach kąt między odcinkami oraz kąt między odcinkami i płaszczyz­nami (np. kąt rozwarcia stożka, kąt między tworzącą a podstawą) oraz obliczyć miary tych kątów;
* wyznaczać pola i objętości brył obrotowych; wyznaczyć pole sfery, również z wykorzystaniem trygonometrii i poznanych twierdzeń;
* zastosować w zadaniach zależności między figurami obrotowymi podobnymi;
* rozwiązywać zadania z geometrii przestrzennej z wykorzystaniem analizy matematycznej.

Nauczyciel przedmiotu uwzględnia zalecenia zawarte w opinii Poradni Psychologiczno-Pedagogicznej i dostosowuje do nich wymagania.

Możliwe sposoby sprawdzania wiedzy i umiejętności to: sprawdziany, kartkówki, odpowiedzi ustne, zadania domowe, aktywność na lekcji, praca w grupach.